

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра высшей математики

Одобрено на заседании
Ученого совета ИАТЭ НИЯУ
МИФИ
Протокол от 24.04.2023 № 23.4

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине

Математический анализ

название дисциплины

для направления подготовки

14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика

код и название направления подготовки

образовательная программа

Эксплуатация атомных электрических станций

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2023 г.

Область применения

Фонд оценочных средств (ФОС) – является обязательным приложением к рабочей программе дисциплины «Математический анализ» и обеспечивает проверку освоения планируемых результатов обучения (компетенций и их индикаторов) посредством мероприятий текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.

Цели и задачи фонда оценочных средств

Целью Фонда оценочных средств является установление соответствия уровня подготовки обучающихся требованиям федерального государственного образовательного стандарта.

Для достижения поставленной цели Фондом оценочных средств по дисциплине «Математический анализ» решаются следующие задачи:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися знаний, умений и навыков, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- контроль и оценка степени освоения компетенций, предусмотренных в рамках данной дисциплины;
- обеспечение соответствия результатов обучения задачам будущей профессиональной деятельности через совершенствование традиционных и внедрение инновационных методов обучения в образовательный процесс в рамках данной дисциплины.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

1.1. В результате освоения ОП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования	З-ОПК-1 Знать базовые законы естественнонаучных дисциплин; основные математические законы; основные физические явления, процессы, законы и границы их применимости; сущность основных химических законов и явлений; методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования У-ОПК-1 Уметь выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, привлекать для их решения соответствующий физико-математический аппарат В-ОПК-1 Владеть математическим аппаратом для разработки моделей процессов и явлений, решения практических задач профессиональной деятельности; навыками использования основных общезначимых законов и принципов
ПК-1	Способен к участию в разработке методов прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик	З-ПК-1 Знать методы прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик У-ПК-1 Уметь разрабатывать методы прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик В-ПК-1 Владеть методами прогнозирования количественных характеристик процессов, протекающих в конкретных технических системах на основе существующих методик.

1.2. Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОП бакалавриата

Компоненты компетенций, как правило, формируются при изучении нескольких дисциплин, а также в немалой степени в процессе прохождения практик, НИР и во время самостоятельной работы обучающегося. Выполнение и защита ВКР являются видом учебной деятельности, который завершает процесс формирования компетенций.

Этапы формирования компетенции в процессе освоения дисциплины:

- **начальный** этап – на этом этапе формируются знаниевые и инструментальные основы компетенции, осваиваются основные категории, формируются базовые умения. Студент воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу;
- **основной** этап – знания, умения, навыки, обеспечивающие формирование компетенции, значительно возрастают, но еще не достигают итоговых значений. На этом этапе студент осваивает аналитические действия с предметными знаниями по дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя коррекцию в ходе работы, переносит знания и умения на новые условия;
- **завершающий** этап – на этом этапе студент достигает итоговых показателей по заявленной компетенции, то есть осваивает весь необходимый объем знаний, овладевает всеми умениями и навыками в сфере заявленной компетенции. Он способен использовать эти знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях.

Этапы формирования компетенций в ходе освоения дисциплины отражаются в тематическом плане (см. РПД).

1.3. Связь между формируемыми компетенциями и формами контроля их освоения

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства текущей и промежуточной аттестации
Текущая аттестация, 1-й семестр			
1.	Основные понятия	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	КР 1
2.	Предел и непрерывность		
3.	Дифференциальное исчисление		КР 2
4.	Интегральное исчисление		
Промежуточная аттестация, 1-й семестр			
	экзамен	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	Экзаменационный билет
Текущая аттестация, 2-й семестр			
1.	Ряды	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	КР 1
2.	Функции нескольких переменных		
3.	Кратные интегралы		КР 2
4.	Криволинейные и поверхностные интегралы		
Промежуточная аттестация, 2-й семестр			
	экзамен	3-ПК-1; У-ПК-1; В-ПК-1 3-ОПК-1; У-ОПК-1; В-ОПК-1	Экзаменационный билет

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям, которые приведены в п.1.1. Формирование этих дескрипторов происходит в процессе изучения дисциплины по этапам в рамках различного вида учебных занятий и самостоятельной работы.

Выделяются три уровня сформированности компетенций на каждом этапе: пороговый, продвинутый и высокий.

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня	БРС, % освоения	ECTS/Пятибалльная шкала для оценки экзамена/зачета
Высокий <i>Все виды компетенций сформированы на высоком уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент демонстрирует свободное обладание компетенциями, способен применить их в нестандартных ситуациях: показывает умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий	90-100	A/ Отлично/ Зачтено
Продвинутый <i>Все виды компетенций сформированы на продвинутом уровне в соответствии с целями и задачами дисциплины</i>	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, большей долей самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Студент может доказать владение компетенциями: демонстрирует способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	85-89	B/ Очень хорошо/ Зачтено
			70-84	C/ Хорошо/ Зачтено
Пороговый <i>Все виды компетенций сформированы на пороговом уровне</i>	Репродуктивная деятельность	Студент демонстрирует владение компетенциями в стандартных ситуациях: излагает в пределах задач курса теоретически и практически контролируемый материал.	65-69	D/Удовлетворительно/ Зачтено
			60-64	E/Посредственно/ Зачтено
Ниже порогового	Отсутствие признаков порогового уровня: компетенции не сформированы. Студент не в состоянии продемонстрировать обладание компетенциями в стандартных ситуациях.		0-59	Неудовлетворительно/ Незачтено

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценивания компетенций на каждом этапе изучения дисциплины для каждого вида оценочного средства и приводятся в п. 4 ФОС. Итоговый уровень сформированности компетенции при изучении дисциплины определяется по таблице. При этом следует понимать, что граница между уровнями для конкретных результатов освоения образовательной программы может смещаться.

Уровень сформированности компетенции	Текущий контроль	Промежуточная аттестация
высокий	высокий	высокий
	<i>продвинутый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>продвинутый</i>
продвинутый	<i>пороговый</i>	<i>высокий</i>
	<i>высокий</i>	<i>пороговый</i>
	продвинутый	продвинутый
	<i>продвинутый</i>	<i>пороговый</i>
	<i>пороговый</i>	<i>продвинутый</i>
пороговый	пороговый	пороговый
ниже порогового	пороговый	ниже порогового
	ниже порогового	-

3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

- Итоговая аттестация по дисциплине является интегральным показателем качества теоретических и практических знаний и навыков обучающихся по дисциплине и складывается из оценок, полученных в ходе текущей и промежуточной аттестации.
- Текущая аттестация в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающихся.
- Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.
- Текущая аттестация осуществляется два раза в семестр:
 - контрольная точка № 1 (КТ № 1) – выставляется в электронную ведомость не позднее 8 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 1 по 8 неделю учебного семестра.
 - контрольная точка № 2 (КТ № 2) – выставляется в электронную ведомость не позднее 16 недели учебного семестра. Включает в себя оценку мероприятий текущего контроля аудиторной и самостоятельной работы обучающегося по разделам/темам учебной дисциплины с 9 по 16 неделю учебного семестра.
- Результаты текущей и промежуточной аттестации подводятся по шкале балльно-рейтинговой системы.

Этап рейтинговой системы / Оценочное средство	Неделя	Балл	
		Минимум*	Максимум**
Текущая аттестация	1-16	36 - 60% от максимума	60
Контрольная точка № 1	7-8	18 (60% от 30)	30
<i>КР1</i>	8	18	30
Контрольная точка № 2	15-16	18 (60% от 30)	30
<i>КР2</i>	16	18	30

Промежуточная аттестация	-	24 – (60% 40)	40
Экзамен	-		
Экзаменационный билет	-	24	40
ИТОГО по дисциплине		60	100

* - Минимальное количество баллов за оценочное средство – это количество баллов, набранное обучающимся, при котором оценочное средство засчитывается, в противном случае обучающийся должен ликвидировать появившуюся академическую задолженность по текущей или промежуточной аттестации. Минимальное количество баллов за текущую аттестацию, в т.ч. отдельное оценочное средство в ее составе, и промежуточную аттестацию составляет 60% от соответствующих максимальных баллов.

4.Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков

Форма экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра высшей математики

Направление	<u>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»</u>
Образовательная программа	<u>«Эксплуатация атомных электрических станций»</u>
Дисциплина	<u>Математический анализ (1 семестр)</u>

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 01

1. Вопрос для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

Теорема Ролля. С доказательством.

2. Вопрос для проверки уровня обученности УМЕТЬ

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-9}}.$$

3. Вопрос для проверки уровня обученности УМЕТЬ

Вычислить с помощью дифференциала

$$y = \sqrt{x^2 + x + 3}, \quad x = 1,98$$

4. Вопрос (задача/задание) для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

Разложит $f(x) = \tan(x)$ по формуле Тейлора до 5 порядка 5 по степеням x

Составитель

(подпись)

Н.Э. Клишпонт

Заведующий кафедрой/
начальник отделения

(подпись)

В.К. Артемьев

«___» _____ 20 ____ г.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

Форма экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра высшей математики

Направление 14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»
Образовательная программа «Эксплуатация атомных электрических станций»
Дисциплина Математический анализ (1 семестр)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 01

1. Вопрос для проверки уровня обученности ЗНАТЬ

Теорема Ролля. С доказательством.

2. Вопрос для проверки уровня обученности УМЕТЬ

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}.$$

3. Вопрос для проверки уровня обученности УМЕТЬ

Вычислить с помощью бета-функции

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1-x^4}}$$

4. Вопрос (задача/задание) для проверки уровня обученности ВЛАДЕТЬ

Найти область сходимости и вычислить сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)}$.

Составитель

(подпись)

Н.Э. Клишпонт

Заведующий кафедрой/
начальник отделения

(подпись)

В.К. Артемьев

«___» _____ 20 ____ г.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично 36-40	Студент должен: - продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний программного материала; - исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; - правильно формулировать определения; - продемонстрировать умения самостоятельной работы с литературой; - уметь сделать выводы по излагаемому материалу.
Хорошо 30-35	Студент должен: - продемонстрировать достаточно полное знание программного материала; - продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; - продемонстрировать умение ориентироваться в литературе; - уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу.
Удовлетворительно 24-29	Студент должен: - продемонстрировать общее знание изучаемого материала; - показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; - уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - знать основную рекомендуемую программой учебную литературу.
Неудовлетворительно 23 и меньше	Студент демонстрирует: - незнание значительной части программного материала; - не владение понятийным аппаратом дисциплины; - существенные ошибки при изложении учебного материала; - неумение строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; - неумение делать выводы по излагаемому материалу.

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра высшей математики

Направление	<u>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»</u>
Образовательная программа	<u>«Эксплуатация атомных электрических станций»</u>
Дисциплина	<u>Математический анализ (1 семестр)</u>

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНАМ

1. Множества и операции с множествами (объединение, пересечение, разность, дополнение). Числовые множества (натуральные, целые, рациональные, иррациональные) и их основные свойства.
2. Метод математической индукции.
3. Неравенство Бернулли.
4. Факториалы и биномиальные коэффициенты.
5. Понятие функции. Область определения и множество значений.
6. График функции. Определения и примеры. Сюръективные и инъективные функции; взаимно-однозначные функции, обратная функция. Монотонные функции. Композиция функций. Параллельный перенос, масштабирование, отражение относительно осей.
7. Элементарные функции и свойства.
8. Степени, полиномиальные и рациональные функции, экспоненциальные и логарифмические функции, тригонометрические функции и обратные тригонометрические функции.
9. Ограниченные множества.
10. Верхняя грань, нижняя грань. Супремум, инфимум. Свойства полноты и отделимости. Теорема о существовании точной верхней грани ограниченного сверху множества.
11. Предел последовательности.
12. Свойства сходящихся последовательностей (арифметические и связанные с неравенствами). Теорема «о двух полицейских».
13. Предел монотонной ограниченной последовательности.
14. Число Эйлера.
15. Теорема о вложенных отрезках.
16. Частичные пределы, верхние и нижние пределы.
17. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
18. Предел функции. Два определения предела (по Гейне и по Коши), их эквивалентность.
19. Свойства функций, имеющих пределы (локальное поведение функций, арифметические свойства и свойства, связанные с неравенствами).
20. Односторонние пределы, бесконечные пределы и пределы на бесконечности.
21. Два замечательных предела.
22. Бесконечно большие и бесконечно малые функции.
23. Символы Ландау (о- и О-символы).
24. Локальные свойства непрерывных функций.

25. Классификация точек разрыва.
26. Непрерывность основных элементарных функций.
27. Свойства непрерывных на отрезке функций. Равномерная непрерывность.
28. Теоремы Вейерштрасса и Кантора
29. Понятие производной, ее механический и геометрический смысл. Уравнения касательной и нормальной прямой к графику.
30. Дифференцируемость, дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции.
31. Правила дифференцирования суммы, произведения, частного. Производная обратной функции.
32. Производная композиции функций.
33. Инвариантность первого дифференциала. Приложения первого дифференциала к приближенным вычислениям.
34. Логарифмическая производная.
35. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
36. Высшие производные некоторых элементарных функций. Формула Лейбница.
37. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа.
38. Монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты (наклонные, горизонтальные и вертикальные). Построение графиков.
39. Первообразная. Неопределенный интеграл. Таблица первообразных.
40. Правила и методы интегрирования. Линейность интеграла.
41. Интегрирование по частям и с помощью замены.
42. Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций. Дифференциальный бином.
43. Площадь криволинейной трапеции. Определенный интеграл.
44. Формула Ньютона-Лейбница.
45. Приложения определенных интегралов: площади в декартовой и полярной системах координат; длина дуги в 2-D и 3-D; объем тел с использованием площадей поперечных сечений, объем тела вращения; площадь поверхности вращения; масса, координаты центра масс и др.
46. Теоремы Гульдина.
47. Несобственные интегралы (неограниченные области, неограниченные подынтегральные выражения). Сходимость, расходимость несобственных интегралов.
48. Интегралы от положительнозначных функций, неограниченные подынтегральные выражения и (или) неограниченные области интегрирования. Признак сравнения и асимптотический признак сравнения.
49. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Абеля и Дирихле.
50. Бета, Гамма функции.
51. Интегралы Пуассона и Дирихле и их приложения при вычислении определенных интегралов.
52. Ряды с неотрицательными членами: радикальный признак, Даламбера признак, интегральный признак сходимости.
53. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
54. Признаки Абеля и Дирихле.
55. Ряды функций, степенные ряды.
56. Ряд Тейлора. Область сходимости.
57. Вычисление суммы степенного ряда дифференцированием или интегрированием.
58. Множества - открытое, замкнутое, граница. Линейно-связные, несвязные множества, компоненты связности, выпуклые множества, компактные множества. Функции. Область определения. Линии уровня. Предел и непрерывность функций.
59. Частные производные первого порядка и градиент. Дифференцируемость, достаточное условие дифференцирования. Уравнения касательной плоскости и нормальной прямой к графику (поверхности). Дифференциал и его приложения для приближенных вычислений. Производная по направлению. Геометрический смысл градиента.
60. Вторые частные производные и частные производные более высокого порядка. Смешанные производные и теорема Шварца. Дифференциалы второго и более высоких порядков. Формула Тейлора.

61. Точки экстремума функции; стационарные точки. Необходимое условие экстремума. Вторые частные производные и матрица Гессе. Квадратичные формы. Каноническая форма квадратичной формы. Положительно-определенные, отрицательно определенные и неопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Достаточное условие локального экстремума.
62. Теорема о неявной функции. Вычисление частных производных неявной функции. Разложение неявных функций по формуле Тейлора. Экстремум неявной функции.
63. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
64. Замена переменных в двойном и тройном интеграле Якобиан. Полярные, сферические и цилиндрические координаты.
65. Вычисление объема, массы, координат центра масс
66. Вычисление криволинейных интегралов 1 рода.
67. Вычисление криволинейных интегралов 2 рода. Теорема Грина. Вычисление площадей.
68. Вычисление поверхностных интегралов 1 рода для параметрически заданной поверхности, а также для явно заданной поверхности.
69. Вычисление поверхностных интегралов 2 рода для параметрически заданной поверхности, а также для явно заданной поверхности.
70. Скалярные и векторные поля. Ротор, дивергенция, градиент. Теорема Гаусса-Остроградского. Теорема Стокса. Потенциальное и соленоидальное векторные поля.

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра высшей математики

Направление **14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»**
Образовательная программа **«Эксплуатация атомных электрических станций»**
Дисциплина **Математический анализ (1 семестр)**

Комплект заданий для контрольной работы 1

Тема предел и непрерывность
.....

Вариант 1

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{7n^9 + 1} - \sqrt{n^4 + 3}}{\sqrt{n^6 + 2} + n}.$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + x^2 - 2x}.$

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\left| n + \sqrt[3]{27 - n^3} \right| \right).$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - e^{2x}}{\sin 4x - \sin 2x}.$

5. При каких значениях a функция $y(x) = \begin{cases} 2^x, & x \leq 2 \\ x - a, & x > 2 \end{cases}$ непрерывна.

6. Найти точки разрыва $y(x) = \frac{\sin \pi x}{x + 2}$ и классифицировать их.

Вариант 2

1. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n^3 + 5} + \sqrt{n^4 + 2}}{1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1)} ..$

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^3 + x^2 - 2x} .$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x - \sin x}{x(1 - \cos 2x)} . .$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{\sqrt{1+x} - \sqrt{2x}} . .$

$$y(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} - 1, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

5. При каких значениях a функция непрерывна.

6. Найти точки разрыва $y(x) = \frac{x}{\sin x}$ и классифицировать их.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 25 до 30 баллов	Студент должен правильно решить минимум 5 задач.
Хорошо с 20 до 24 баллов	Студент должен правильно решить минимум 4 задачи.
Удовлетворительно с 15 до 19 баллов	Студент должен решить правильно три задачи и, возможно, сделать негрубые ошибки еще в одной задаче.
Неудовлетворительно с 0 до 14 баллов	Студент решил правильно меньше 3 задач;

Каждая задача оценивается в 5 баллов.

Обнинский институт атомной энергетики –

филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»

(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Кафедра высшей математики

Направление **14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»**
Образовательная программа **«Эксплуатация атомных электрических станций»**
Дисциплина **Математический анализ (1 семестр)**

Комплект заданий для контрольной работы 2

Тема: дифференциальное исчисление

Вариант 1

1. Вычислить производную y'_x

$$\begin{cases} x = (\arcsin t)^2 \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases}.$$

2. Найти уравнения касательной и нормали в точке x_0

$$y = 6\sqrt[3]{x} - \frac{16\sqrt{x}}{3}, \quad x_0 = 1.$$

3. Вычислить производную $y = (x^2 - 1)^{\sin x}$.

4. Разложить по формуле Тейлора $y = \sin^2 x$ в точке $x_0 = 0$ до членов 2 порядка.

5. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$.

6. Построить график $y = e^{-x^2}$.

Вариант 2

1. Вычислить производную y'_x

$$\begin{cases} x = 2t/(1+t^3) \\ y = t^2/(1+t^2) \end{cases}.$$

2. Найти уравнения касательной и нормали в точке x_0

$$y = 3(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}), \quad x_0 = 1.$$

3. Вычислить производную $y'(x)$, заданной неявно $ye^{y+x} + x^2 = 1$

4. Вычислить $y^{(20)}$ функции $y = \frac{2x}{x+1}$.

5. Разложить по формуле Тейлора в точке $x_0 = 0$ до членов 4 порядка.

$$f(x) = 2x + (x^2 - 1)\ln(1 + x)$$

6. Построить график $y = \frac{e^x}{x}$

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 25 до 30 баллов	Студент должен правильно решить минимум 5 задач.
Хорошо с 20 до 24 баллов	Студент должен правильно решить минимум 4 задачи.
Удовлетворительно с 15 до 19 баллов	Студент должен решить правильно три задачи и, возможно, сделать негрубые ошибки еще в одной задаче.
Неудовлетворительно с 0 до 14 баллов	Студент решил правильно меньше 3 задач;

Каждая задача оценивается в 5 баллов.

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра высшей математики

Направление	<u>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»</u>
Образовательная программа	<u>«Эксплуатация атомных электрических станций»</u>
Дисциплина	<u>Математический анализ (1 семестр)</u>

Комплект заданий для контрольной работы 1

Тема: неопределенный интеграл

Вариант 1

$$\int \frac{dx}{1 - \cos x}$$

$$\int (4 + 3x)e^{3x} dx.$$

$$\int \frac{\sqrt[3]{(1 + \sqrt[4]{x^3})^2}}{x^2 \cdot \sqrt[4]{x}} dx.$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}}.$$

$$\int \frac{dx}{x^3 + 4x^2 + 4x + 2}.$$

$$\int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2 + x + 1)}.$$

$$\int \frac{dx}{(1 + \sin x - \cos x)^2}.$$

Вариант 2

$$\int \sin^4 x \cdot dx$$

$$\int (5x - 2)e^{3x} dx.$$

$$\int \frac{\sqrt[4]{(1 + \sqrt[3]{x})^3}}{x \cdot \sqrt[12]{x^7}} dx.$$

$$\int \frac{1 + \ln x}{x} dx.$$

$$\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x - 4)(x - 2)x} dx.$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x(1 + \cos x)}.$$

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 25 до 30 баллов	Студент должен правильно решить минимум 5 задач.
Хорошо с 20 до 24 баллов	Студент должен правильно решить минимум 4 задачи.
Удовлетворительно с 15 до 19 баллов	Студент должен решить правильно три задачи и, возможно, сделать негрубые ошибки еще в одной задаче.
Неудовлетворительно с 0 до 14 баллов	Студент решил правильно меньше 3 задач;

Каждая задача оценивается в 5 баллов.

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра высшей математики

Направление **14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»**
Образовательная программа **«Эксплуатация атомных электрических станций»**
Дисциплина **Математический анализ (1 семестр)**

Комплект заданий для контрольной работы 2

Тема: определенный интеграл, несобственные интегралы, ряды

Вариант 1

- $$\int_2^9 \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x-1}}$$
- Найти площадь, ограниченную кривыми $y = (x-2)^3, y = 4x-8$.
- Исследовать сходимость
$$\int_1^{\infty} \frac{x}{(x+1)\sqrt{x^2-1}} dx$$
- Вычислить с помощью бета-функции
$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[4]{1-x^4}}$$
- Исследовать сходимость
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{\sin n}{n} \right)^{\sqrt{n}}$$
- Найти область сходимости и вычислить сумму ряда
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+2}}{(2n+1)(2n+2)}.$$

Вариант 2

- Вычислить интеграл
$$\int_0^1 x^{15} \sqrt{3x^8 + 1} dx$$
- Найти длину кривой

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t), \\ y = 5(1 - \cos t), \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

3. Исследовать сходимость интеграла.

$$\int_1^{\infty} \frac{(x + \cos x)dx}{x^3 + \sin x}$$

4. Вычислить с помощью бета-функции

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^8 x \cos^6 x dx$$

5. Исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}.$$

6. Найти область сходимости и вычислить сумму ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[2^n + \frac{(-1)^n}{n} \right] x^n$$

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 25 до 30 баллов	Студент должен правильно решить минимум 5 задач.
Хорошо с 20 до 24 баллов	Студент должен правильно решить минимум 4 задачи.
Удовлетворительно с 15 до 19 баллов	Студент должен решить правильно три задачи и, возможно, сделать негрубые ошибки еще в одной задаче.
Неудовлетворительно с 0 до 14 баллов	Студент решил правильно меньше 3 задач;

Каждая задача оценивается в 5 баллов.

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра высшей математики

Направление	<u>14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»</u>
Образовательная программа	<u>«Эксплуатация атомных электрических станций»</u>
Дисциплина	<u>Математический анализ (1 семестр)</u>

Комплект заданий для контрольной работы 1

Тема: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Вариант 1

- Вычислить производную по направлению $\frac{\partial u}{\partial l}$ функции $u = xy^3 + z^2 + xyz$ в точке $M(1, 1, -2)$, вектор $\vec{l}$ образует углы $60^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ с осями координат.
- Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = \arctg \frac{y}{x}$ в точке $M(1, -1, -\pi/4)$.
- Исследовать функцию на экстремум
 $u(x, y, z) = x^2 + 10x - y^2 - 4y + 15z^3 - 2z^2 - z + 3$
- Вычислить $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ в точке $M(2, 1, 1)$, если $z(x, y)$ задана уравнением

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4$$
- Разложить функцию по формуле Тейлора $f(x, y) = 2x^2 - xy - y^2 - 6x - 3y + 5$ в точке $(1, -2)$.
- Найти условный экстремум $3x - 4y \rightarrow \text{extr}, \quad x^2 + y^2 = 25$.

Вариант 2

- Вычислить производную по направлению $\frac{\partial z}{\partial l}$ функции $z = y^2 + x^2 - xy$ в направлении $\vec{l} = \{3, -4\}$ в точке $M(1, 1)$.
- Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $z = x^y$ в точке $M(1, 1, 1)$.
- Исследовать функцию на экстремум
 $u(x, y, z) = x^2 + 4x - 3y^3 + 3y^2 + 3y - z^2 - 5z + 1$
- Найти производные $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ в точке $M(2, 1, -1)$, если функция $z(x, y)$ задана неявно $3x - 2y + z = xz + 5$

5. Разложить по формуле Тейлора $f(x, y) = e^x \sin y$ в точке $(0,0)$ до 4-го порядка.
6. Найти условный экстремум $z = x^2 + y^2 - xy + x + y - 4 \rightarrow \text{extr}$, $x + y = -3$.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 25 до 30 баллов	Студент должен правильно решить минимум 5 задач.
Хорошо с 20 до 24 баллов	Студент должен правильно решить минимум 4 задачи.
Удовлетворительно с 15 до 19 баллов	Студент должен решить правильно три задачи и, возможно, сделать негрубые ошибки еще в одной задаче.
Неудовлетворительно с 0 до 14 баллов	Студент решил правильно меньше 3 задач;

Каждая задача оценивается в 5 баллов.

ИНСТИТУТ ОБЩЕЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ
Кафедра высшей математики

Направление **14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика и технологии»**
 Образовательная программа **«Эксплуатация атомных электрических станций»**
 Дисциплина **Математический анализ (1 семестр)**

Комплект заданий для контрольной работы 2

Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f dy$
2. Вычислить $\iint_D xy dx dy$, если область D ограничена кривыми:
 $x^2 + y^2 = 1$, $x^2 + y^2 = 4$ и $0 \leq y \leq x$.
3. Вычислить $\iiint_V (x + y) dx dy dz$; если V ограничена плоскостями $y = x$, $y = 0$, $x = 1$, $z = 0$ и параболоидом $z = x^2 + y^2$.
4. Вычислить $\int_L xy dl$, если L задана параметрически $x = \cos t$, $y = \sin t$ и $t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
5. Вычислить $\iint_S z dS$. Поверхность S задана условиями: $x^2 + y^2 = z^2$; $0 \leq z \leq 1$.
6. Вычислить $\iint_{S_3} (\vec{a}, \vec{n}) dS$
 $\vec{a} = xi + yj + zk$, S – внешняя часть цилиндра $x^2 + y^2 = 9$ ограниченная плоскостями $P_1 : z = 1, P_2 : z = 2$.

Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{4-x}} f dy$
2. Найти площадь области, ограниченной кривыми: $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{1}{x}$, $x = 16$.

3. Вычислить $\iiint_V dx dy dz$; , если область V ограничена поверхностями $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 16, \\ x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0). \end{cases}$
4. Вычислить $\oint (\vec{a}, d\vec{l})$, $\vec{a} = -zi - 3xj + xk$, $\Gamma : \begin{cases} x = 5\cos t, y = 5\sin t, \\ z = 4. \end{cases}$
5. Вычислить $\iint_S z dS$. Поверхность S задана условиями $S : \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 4, \\ z = 0 (z \geq 0). \end{cases}$
6. Вычислить $\iint_S (\vec{a}, \vec{n}) dS$, $\vec{a} = y^2 x \vec{i} - yx^2 \vec{j} + k$, S - внешняя часть конической поверхности $x^2 + y^2 = z^2 (z \geq 0)$ ограниченной плоскостью $z = 1$.

Критерии и шкала оценивания

Оценка	Критерии оценки
Отлично с 25 до 30 баллов	Студент должен правильно решить минимум 5 задач.
Хорошо с 20 до 24 баллов	Студент должен правильно решить минимум 4 задачи.
Удовлетворительно с 15 до 19 баллов	Студент должен решить правильно три задачи и, возможно, сделать негрубые ошибки еще в одной задаче.
Неудовлетворительно с 0 до 14 баллов	Студент решил правильно меньше 3 задач;

Каждая задача оценивается в 5 баллов.